

EXPERIENCIA OBTENIDA CON MODELOS DE REGRESION MULTIPLE PARA LA DESCRIPCION DEL HABITAT DE MATORRALES

por

F. DIAZ PINEDA y F. GONZALEZ BERNALDEZ

Trabajo dedicado en homenaje al Prof.
S. Rivas Goday en su 70 aniversario.

1. INTRODUCCIÓN

La probabilidad de presencia de un ejemplar de una especie determinada en un punto de la biosfera puede considerarse como una función de numerosos factores. Todas las ciencias, y entre ellas la ecología, admiten que la descripción científica de un fenómeno consiste en una simplificación de la realidad. El número de variables necesarias para la explicación de un fenómeno puede reducirse a un mínimo aceptable, omitiéndose el detalle. El concepto de *nicho* en zoología corresponde a un espacio de probabilidad definida en función de un número determinado de factores (HUTCHINSON, 1957; MARGALEF, 1974).

BLACKMAN & RUTTER (1946) definieron un modelo polinómico que expresaba la aportación de algunas variables del medio a la explicación de variaciones en la densidad de *Endymion non-scripta*. ELLENBERG (1963) utiliza un espacio de dos dimensiones para definir la presencia o la abundancia de árboles europeos en sus habitats característicos, comparando la distribución natural con el crecimiento en condiciones de cultivo. DRAPER & SMITH (1966) utilizan un modelo de regresión múltiple por etapas sucesivas para la estimación de parámetros que explican el comportamiento de variables. YARRANTON (1969) propone un modelo de polinomio de tercer grado para determinar la probabilidad de ocurrencia de una especie dada en un punto determinado. Introduce en el modelo el factor tiempo para obtener una expresión teórica del cambio

de la vegetación con el tiempo. Otros autores han esquematizado de maneras semejantes las distribuciones de plantas o de vegetación.

La probabilidad, o la frecuencia de una especie determinada puede hacerse depender de una serie de factores abióticos utilizándose, en efecto, modelos más o menos complicados. Las técnicas de regresión múltiple (FISHER, 1936; DRAPER & SMITH, 1966) ofrecen posibilidades de empleo de modelos estadísticos en los que puede variarse el orden de los polinomios o combinaciones lineales. En este trabajo se describen ensayos realizados con modelos de tipo lineal y de segundo grado.

2. MATERIAL Y MÉTODOS

Datos de abundancia (cobertura) y de presencia-ausencia de las especies de matorral fueron obtenidos durante el verano de 1973 en los montes de utilidad pública (1) de Cercedilla y Navacerrada (Sierra de Guadarrama) (2). La vegetación del área en que se sitúan estos montes ha sido descrita por RIVAS-MARTÍNEZ (1963, 1968 y 1969) y COSTA (1974).

2.1. Datos biológicos

La información aquí presentada se refiere a seis de las especies del matorral, que son abundantes y características de los sectores ambientales más representativos de la zona: *Cistus laurifolius* L., *Cytisus scoparius* (L.) Link, *Quercus pyrenaica* Willd., *Genista florida* L. subsp. *florida*, *Juniperus communis* L. y *Cytisus purgans* (L.) Boiss.

Los datos se registraron de dos formas diferentes:

a) Muestreo estratificado. Datos cuantitativos de las especies

Ciento ocho parcelas rectangulares de 8 × 10 m fueron realizadas sistemáticamente cada 50 m a lo largo de trayectos estratificados en los principales tipos fisionómicos de vegetación detectables —por sus

(1) Montes «Pinar y Agregados», «La Helechosa», «Pinar Baldío» y «Pinar de la Barranca». Catálogo de Montes de U. P. M.^o Agricult.

(2) F. DÍAZ PINEDA. Estudio del matorral de los montes de Cercedilla y Navacerrada (Sierra de Guadarrama) por medio de técnicas de análisis multivalente. Tesis doctoral. Universidad de Sevilla. En preparación.

distintas tonalidades y texturas— en fotografías aéreas a escala 1:15.000.

En cada parcela se midió la cobertura de las especies anotándose la intercepción de cualquier parte de la proyección sobre el terreno de cada planta con un segmento de 75 cm, que se deslizaba a lo largo de tres cintas paralelas perpendiculares a ellas. Las cintas, de 10 m de largo, estaban separadas entre sí 3,6 m. Los valores de cobertura total de cada especie, expresados en cm, se transformaron de la forma:

$$\frac{X_{ij}}{X_{\text{máx}}} \times 100$$

siendo X_{ij} la cobertura de la especie i en la parcela j , y $X_{\text{máx}}$ el valor de la cobertura máxima encontrado para la especie.

b) *Muestreo sistemático. Datos cualitativos de las especies*

Se realizaron 995 parcelas circulares de 10 m de radio, que cubrían sistemáticamente toda la zona de estudio. Para ello se situaron las muestras a intervalos iguales de 300 m en curvas de nivel separadas de 50 en 50 m. Los trayectos se siguieron con ayuda de un nivel de líquido coloreado. En cada muestra se anotó la ausencia o presencia de las plantas del matorral.

2.2. Datos abióticos

Para cada parcela realizada en ambos tipos de muestreo se determinaron cinco variables independientes del medio:

X_1 : Orientación, expresada cuantitativamente en grados de declinación respecto a un eje de dirección SW-NE. Este factor varía desde -90 a $+90$, coincidiendo con el NW y SE, respectivamente. Las medidas angulares a ambos lados del eje son simétricas (ver figura 1). Esta forma de expresar la orientación se debe a la observación verificada en el terreno de que la polaridad NW-SE tenía una mayor influencia que la clásica N-S en la distribución de las especies.

X_2 : Pendiente. Se estimó en % la pendiente general del terreno en que estaba situada la parcela.

X_3 : Altitud, determinada con altímetro y mapas topográficos detallados.

X_4 : Constituye un factor de *oceanicidad*, determinado como la distancia mínima (línea perpendicular) desde cada parcela hasta una línea arbitraria situada en el extremo SE del territorio (Cerros de Los Almorchones), dirigida de SW a NE. Se trataría por tanto de la

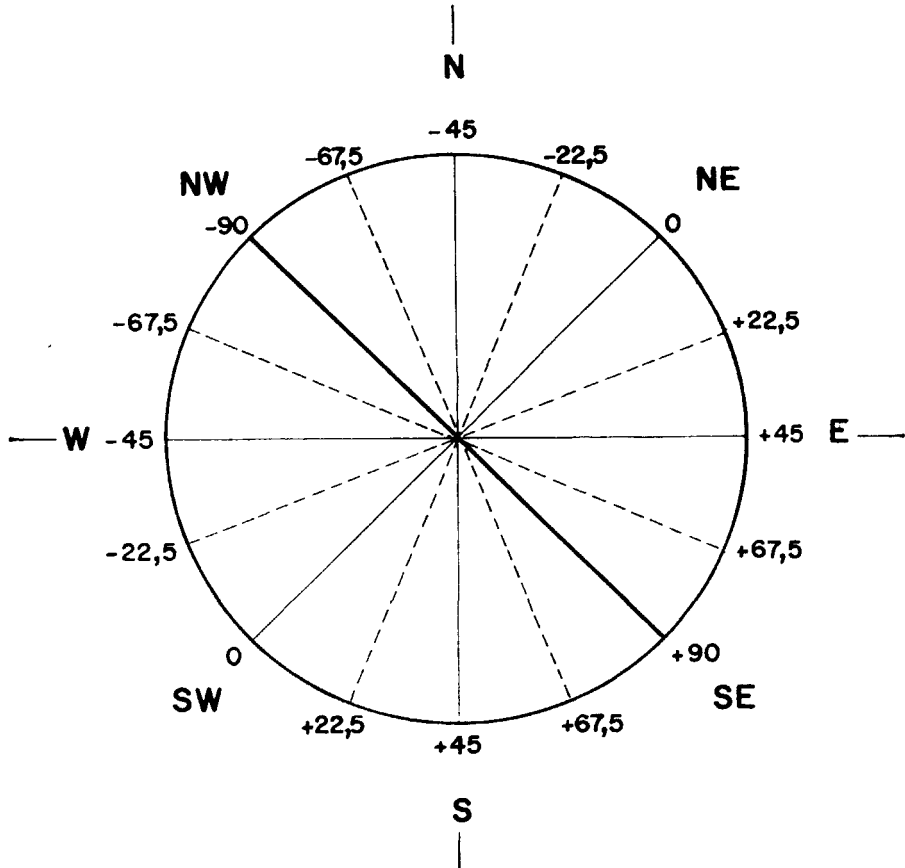


Fig. 1.—Escala empleada para la expresión de la orientación (exposición) con referencia a un eje dirigido de NW. a SE.

posición de cada parcela en una franja que cruzara de NW a SE la zona de estudio.

La experiencia demostraba que la variación de la vegetación en el valle general (o conjunto de valles menores donde se sitúan los montes de Cercedilla y Navacerrada) cambiaba en ese sentido, especialmente en lo que se refiere a la distribución de las especies consi-

deradas generalmente como más oceánicas. La posición noroccidental de las muestras en el valle se materializó, pues, en esta medida. X_5 : Cobertura de *Pinus sylvestris*. Esta información constituye en realidad un dato biológico, pero se consideró también como variable independiente, teniéndose en cuenta su influencia en determinadas variables físicas, como radiación, microclima, suelo, etc. La medida utilizada fue idéntica a la de las anteriores especies del matorral, considerándose las intercepciones del recorrido del segmento con las proyecciones de las copas sobre el terreno.

2.3. Modelos

Para cada una de las seis especies se utilizó un modelo de estimación de primer grado del tipo:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_2 X_2 + \dots + b_5 X_5$$

y un modelo de segundo grado del tipo:

$$Y = b_0 + b_1 X_1 + b_{11} X_1^2 + b_{12} X_1 X_2 + b_{13} X_1 X_3 + \dots + b_2 X_2 + b_{22} X_2^2 + b_{23} X_2 X_3 + b_{24} X_2 X_4 + \dots$$

Con estas ecuaciones se pretende comparar la importancia de los coeficientes de regresión b_i y b_{ij} en la estimación de la abundancia de las seis especies y observar las variaciones de la absorción de varianza de acuerdo con el aumento del orden del polinomio. Las X expresan los valores de los datos abióticos, y la Y la cobertura de la especie, transformada de la forma descrita anteriormente.

Las regresiones fueron calculadas por pasos sucesivos («stepwise», DRAPER y SMITH, 1966).

Se han representado gráficas de familias de superficies de Y en tres dimensiones de X_1 . Para ello se eligieron las tres variables que tenían mayor importancia general en la determinación de las Y, a juzgar por su comportamiento en la mayoría de las regresiones por pasos y su significatividad. Las variables elegidas fueron X_2 (pendiente), X_3 (altitud) y X_4 (posición noroccidental). La presentación gráfica intenta proporcionar un método de rápida sinopsis de los comportamientos o respuestas de abundancia de la mayoría de las especies, por comparación de la estructura de los diagramas de unas especies con otras.

TABLA I

Ecuaciones de regresión de primer grado obtenidas por pasos sucesivos. Las expresiones corresponden a la ecuación obtenida en el último paso

	Significación: * * * : $p \leq 0,01$	F	R	% abs. varianza
<i>C. laurifolius</i>	$Y = 76,60 - 0,04 X_1 - 0,56 X_2 - 4,94 X_3 - 0,48 X_4 - 0,00 X_5$	19,8 **	0,70 ***	49
<i>C. scoparius</i>	$Y = 25,50 - 0,08 X_1 - 0,01 X_2 - 7,26 X_3 + 0,51 X_4 - 0,00 X_5$	10,4 ***	0,60 ***	35
<i>Q. pyrenaica</i>	$Y = 10,90 + 0,14 X_1 + 0,02 X_2 - 2,06 X_3 - 0,10 X_4 + 0,01 X_5$	11,9 ***	0,60 ***	37
<i>G. florida</i>	$Y = 3,60 + 0,05 X_1 + 0,26 X_2 - 3,81 X_3 + 0,35 X_4 + 0,00 X_5$	5,9 ***	0,47 ***	22
<i>B. communis</i>	$Y = -12,50 - 0,05 X_1 - 0,13 X_2 + 3,29 X_3 + 0,38 X_4 + 0,00 X_5$	12,6 ***	0,62 ***	38
<i>C. purgans</i>	$Y = -10,41 + 0,06 X_1 - 0,15 X_2 + 5,20 X_3 + 0,27 X_4 - 0,00 X_5$	26,7 ***	0,75 ***	57

La variable dependiente Y representa el valor de cobertura de la especie, expresada en % de su cobertura máxima.
 X_1 : Orientación, medida en grados de declinación respecto a un eje dirigido de NW a SE. Varía de -90 a $+90$ (ver fig. 1).
 X_2 : Pendiente, medida en %. El intervalo de variación observada varía de 0 a 60 .
 X_3 : Altitud sobre el nivel del mar. En el área estudiada el intervalo de variación fue de 1.200 a 2.200 m. Para los cálculos de la regresión se ha transformado este intervalo en otro que varía de 0 a 8 .
 X_4 : Posición noroccidental, medida en Hms. a lo largo de un gradiente de dirección SE-NW. Varía de 0 a 80 .
 X_5 : Cobertura de *Pinus sylvestris*, medida en cms. Varía de 0 a 3.000 .
 Los coeficientes de las variables independientes son comparables de una especie a otra. Para una especie dada, no puede compararse la importancia respectiva de las X , ya que no tienen las mismas dimensiones.

TABLA II

Ecuaciones de regresión de segundo grado obtenidas por pasos sucesivos. La ecuación obtenida en el último paso se expresa en forma abreviada, habiéndose eliminado las variables o productos de variables que aparecen multiplicadas por un coeficiente igual o inferior a 0,0001

	Significación: ** : $p \leq 0,01$	F	R	% abs. varianza
<i>C. laurifolius</i>	$Y = 124,00 - 0,11 X_1 - 1,36 X_2 + 3,21 X_3 - 2,84 X_4 - 0,22 X_2 X_3 - 2,19 X_2^2 + 0,46 X_3 X_4$	12,5 ***	0,85 ***	72
<i>C. scoparius</i>	$Y = 25,00 + 0,09 X_1 + 1,16 X_2 - 29,00 X_3 + 1,67 X_4 + 0,11 X_2 X_3 + 3,48 X_2^2 - 0,40 X_3 X_4$	13,4 ***	0,85 ***	73
<i>Q. pyrenaica</i>	$Y = 9,11 + 0,24 X_1 - 17,1 X_2 + 1,29 X_3 + 0,01 X_2^2 - 0,06 X_2 X_3 + 0,78 X_2^2 + 0,32 X_3 X_4$	6,5 ***	0,75 ***	56
<i>G. florida</i>	$Y = -73,00 - 0,06 X_1 + 0,59 X_2 + 44,00 X_3 + 0,17 X_4 + 0,01 X_5 - 0,01 X_1^2 - 0,01 X_1 X_5 - 0,08 X_2 X_3 + 0,02 X_2 X_4 - 3,25 X_2^2 - 0,43 X_3 X_4 + 0,01 X_3 X_5 + 0,02 X_4^2$	5,6 ***	0,74 ***	55
<i>J. communis</i>	$Y = -16,70 + 0,06 X_1 - 1,04 X_2 + 22,00 X_3 - 0,70 X_4 + 0,01 X_1 X_2 + 0,02 X_2^2 + 0,15 X_2 X_3 - 0,02 X_2 X_4 - 2,25 X_2^2 + 0,02 X_4^2$	12,6 ***	0,84 ***	70
<i>C. purgans</i>	$Y = -9,20 + 0,39 X_2 + 3,36 X_3 - 0,11 X_4 + 0,07 X_1 X_2 + 0,03 X_2^2 - 0,26 X_2 X_3 - 0,32 X_3^2 + 0,25 X_3 X_4 - 0,02 X_4^2$	15,5 ***	0,88 ***	77

El significado de las variables es el indicado en la tabla I.

Como en las regresiones de primer grado, los coeficientes de las variables independientes son comparables de una especie a otra. Para una especie dada no puede compararse la importancia respectiva de las X , ya que no tienen las mismas dimensiones.

3. RESULTADOS

Las regresiones obtenidas a partir de datos cualitativos, en los que la variable dependiente Y sólo tomaba los valores uno o cero en las observaciones (según estuviera presente o no en la parcela), se caracterizaron por una escasa absorción de la varianza. Estos resultados merecen un estudio aparte y no serán considerados en esta publicación.

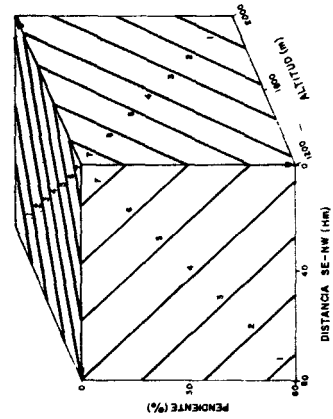
Las ecuaciones de regresión obtenidas a partir de datos cuantitativos se presentan, para cada una de las seis especies consideradas, en las tablas I y II.

La absorción de varianza en las regresiones de primer grado es suficiente en algunos casos, mientras que en otros es demasiado baja. Al ajustarse los datos a una ecuación de segundo grado experimentan, sin embargo, un aumento considerable. Las ecuaciones son significativamente válidas para los tests estadísticos aplicados.

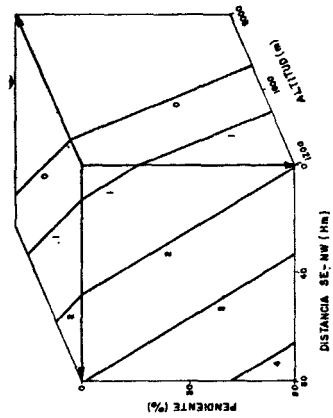
En las figuras 2 y 3 se presentan las gráficas de la representación de familias de superficies correspondientes a la abundancia de las especies en función de los tres factores considerados más importantes. Se ha sustituido el valor de los porcentajes de Y por tantos por uno, a fin de simplificar el diagrama. La representación en cuatro dimensiones para las seis especies son fácilmente comparables, permitiendo una visualización fácil de la estructura de las respuestas teóricas (calculadas) de las especies o los tres factores físicos retenidos. Hay que tener en cuenta que las regresiones se calcularon para cinco variables independientes, y no sólo para las tres que se representan. Este hecho puede ser la explicación de algunas de las deficiencias de los diagramas, tal como se comentará más adelante.

3.1. *Polinomios de 2.º grado*

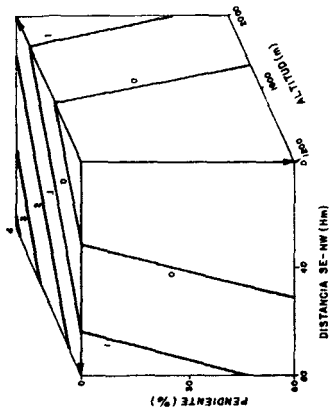
Las superficies probabilísticas o densidades que se esquematizan en los diagramas por medio de cortes con los planos que limitan los bloques, son superficies de segundo grado.



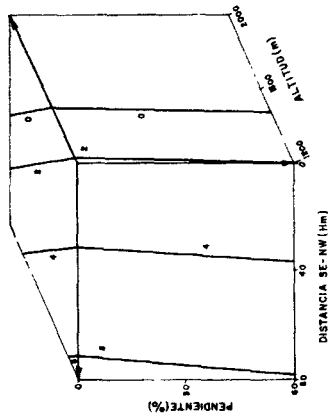
Cistus laurifolius



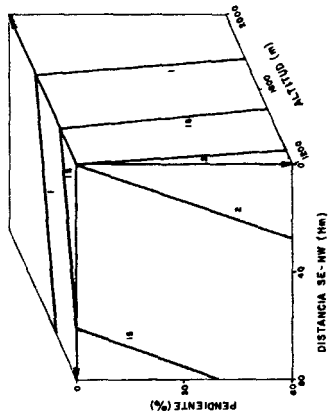
Genista florida



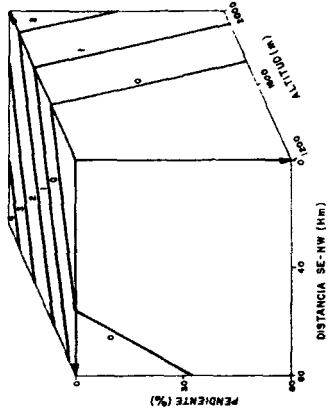
Juniperus communis



Cytisus scoparius



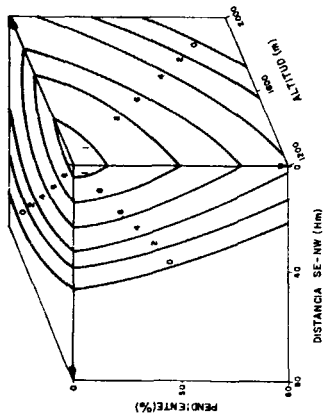
Quercus pyrenaica



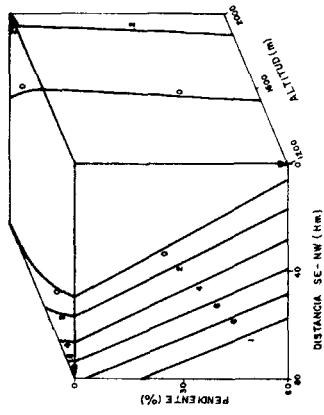
Cytisus purgans

Fig. 2.—Diagrama representativo de las familias de superficies correspondientes a las coberturas de las especies del matorral (máximo = 1 y mínimo = 0). Polinomios de primer grado.

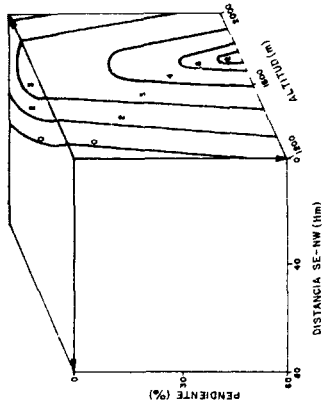
Sólo se han representado tres de las cinco variables independientes para las que se calcularon las regresiones. Las dos restantes se mantuvieron constantes en su valor medio observado. La distancia SE-NW corresponde a la posición de la muestra en un gradiente que pretende materializar la oceanicidad. Las líneas de cobertura (abundancia o densidades probabilísticas de la variable dependiente Y_j) son cortes a planos;



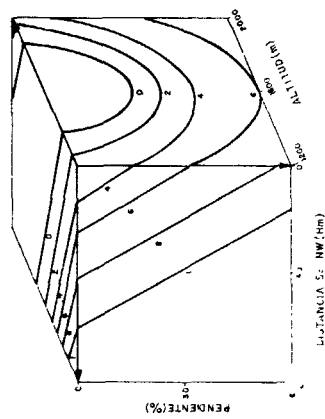
Quercus laurifolia



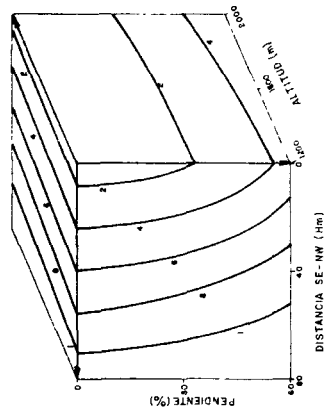
Genista florida



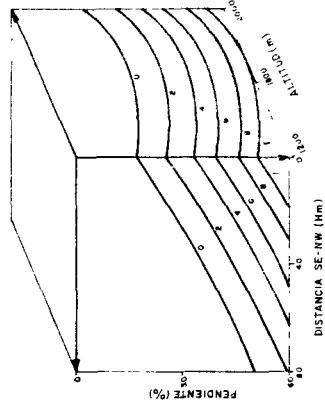
Juniperus communis



Cytisus scoparius



Quercus pyrenaica



Cytisus purpureus

Fig. 3.—Diagrama representativo de las familias de superficies correspondientes a las coberturas de las especies del matorral (máximo = 1 y mínimo = 0). I óminimos de segundo grado.

Las líneas de coberturas de la variable dependiente Y son cortes a superficies cuadráticas (ver leyenda de la figura 2).

Cistus laurifolius

La representación de las relaciones es satisfactoria. La probabilidad disminuye desde una esquina del diagrama, donde se concentran los valores más elevados, coincidiendo con las situaciones de menor oceanicidad, altitud y pendiente. La oceanicidad actúa como fuertemente limitante, sobre todo en las localizaciones más orientales con fuertes pendientes.

Genista florida

La influencia de la oceanicidad es decisiva en el aumento de la abundancia. Esta es muy brusca a partir de un determinado valor, en el caso de las pendientes débiles, y más regular y continua para las pendientes fuertes. Existe una cierta compensación de la oceanicidad por la altura. El modelo parece incompleto al no describir adecuadamente el aumento de esta especie con la altitud y su posterior disminución para valores demasiado grandes de ésta. Este efecto, sobre el que se volverá a insistir más adelante, parece explicarse por la insuficiencia de alturas grandes en las zonas objeto de muestreo, así como por la limitada capacidad de complicación de las superficies de segundo grado.

Juniperus communis

(No se separaron las subespecies *nana* y *communis*, por dificultades encontradas en la decisión del status de algunos ejemplares intermedios): la disminución de la abundancia con el aumento de la oceanicidad —tal como se ha medido aquí este factor— es muy marcada. La altitud produce un aumento marcado hasta llegar a los 1.800 m, a partir de cuyo nivel hay una ligera tendencia a la disminución. Las mayores probabilidades corresponden a las pendientes más fuertes. Tenida en cuenta la amplitud del taxon considerado, la representación es relativamente satisfactoria.

Cytisus scoparius

La descripción proporcionada por el modelo indica una tendencia comparable a la de *G. florida*, pero mucho más amortiguada y con importantes diferencias. La influencia favorable de la oceanicidad es

mucho menos intensa, alcanzándose pronto la saturación. La compensación de la oceanicidad por la altura es muy clara, sobre todo para pendientes fuertes. El modelo es poco idóneo al no imponer un límite al aumento de la cobertura de la especie con la altitud en zonas de mínima oceanicidad. Este efecto puede ser atribuible a la simplicidad de las formas de las superficies de segundo grado.

Quercus pyrenaica

En gran parte de la zona estudiada la distribución de esta planta depende, sobre todo, de los efectos de la intervención humana y la utilización del suelo. Se trata, por tanto, de una especie cuyo estudio en función de factores topográficos solamente no debería ser, en principio, muy adecuado. No obstante, la capacidad de regeneración de este árbol parece tener bastante relación con fenómenos edáficos y climáticos (estadísticamente relacionados con la topografía). En el diagrama se aprecia una fuerte influencia positiva de la oceanicidad, escasamente modulada por la pendiente y menos, todavía, por la altitud, a la que parece ser independiente según el modelo. Por las razones ya indicadas, también aquí es poco idóneo el modelo al no indicar una limitación altitudinal.

Cytisus purgans

Su diagrama pone de manifiesto una fuerte disminución de la abundancia al disminuir las pendientes. La oceanicidad actúa de forma negativa. La influencia de la altitud es escasa o indecisa. Con valores escasos de la posición en el gradiente SE-NW (oceanicidad) pueden haber valores importantes de cobertura de la especie a altitudes relativamente bajas. Este fenómeno fue, en efecto, observado al realizar el muestreo en las laderas de El Portazgo (al S del territorio), de altitudes relativamente pequeñas. A mayor altitud hay un nuevo aumento de la cobertura.

3.2. Polinomios de 1.º grado

Las representaciones obtenidas son todavía más esquemáticas. Se trata de cortes a superficies muy sencillas y rígidas (planos). Es interesante la comparación de la variación producida por el cambio de grado de la ecuación de regresión, que vienen a indicar la mayor o menor necesidad de detalle en las expresiones de las respuestas de cada especie a los factores físicos.

Cistus laurifolius, por ejemplo, presenta un esquema muy semejante al proporcionado por las superficies de segundo grado. Las otras especies aparecen descritas de forma claramente insuficiente y demasiado esquemática: *Genista florida* y *Cytisus scoparius* disminuyen bruscamente con la altitud, *Quercus pyrenaica* lo hace también más lentamente. Todas ellas experimentan influencias diversas de la pendiente y la posición noroccidental. *Cytisus purgans* aumenta con la altitud y la pendiente, siéndole adversa la influencia oceánica. Una variación parecida se aprecia en *Juniperus communis*. Las expresiones en ambos casos resultan demasiado simples.

Según la complicación o grado necesario en las ecuaciones que expresen, de forma satisfactoria, la abundancia de las especies estudiadas puede hacerse la clasificación siguiente:

Especie	Grado requerido en el polinomio
<i>Cistus laurifolius</i>	1º
<i>Juniperus communis</i>	2º
<i>Cytisus purgans</i>	2º
<i>Genista florida</i>	
<i>Quercus pyrenaica</i>	≥ 3º
<i>Cytisus scoparius</i>	

Sólo precisan expresiones de primer o segundo grado las especies cuya distribución altitudinal en la zona muestreada tiende a ser monotónica, mientras que las que requieren expresiones más complicadas son las que experimentan cambios no monotónicos con la altitud o la combinación altitud-oceanicidad en el ámbito de la zona.

4. DISCUSIÓN Y CONCLUSIONES

El ensayo puede evaluarse positivamente, en el sentido de que muestra potencialidades interesantes en los modelos sencillos de regresión múltiple. La respuesta de varias especies a factores físicos y topográficos puede compararse, en conjunto, de manera sinóptica muy expresiva en los diagramas presentados (figuras 2 y 3).

Los datos pueden obtenerse fácilmente en muestreos rápidos en el terreno, o incluso en fotografías que permitan el reconocimiento de las especies de matorral (por ejemplo, fotografías verticales en falso-color a escalas superiores a 1:10.000) y el muestreo detallado de la información topográfica.

La absorción de varianza es satisfactoria, sobre todo para las especies mejor representadas. Los tests estadísticos aplicados indican unas regresiones válidas. Ello indica que los modelos matemáticos empleados son una buena descripción de la realidad biológica empleándose cinco variables del medio.

4.1. Los cálculos han sido realizados por estimación paso a paso, utilizándose seis dimensiones (Y, X_1, X_2, \dots, X_s), mientras que en las representaciones gráficas sólo ha sido posible tratar cuatro dimensiones (expresándose los valores de Y a manera de cortes a las superficies). Hubiese sido posible haber practicado una reducción de dimensiones en la etapa de cálculos de las formas siguientes:

a) Eliminándose, en una segunda etapa de cálculos, las variables que se hayan revelado de escasa importancia en la determinación del valor de Y , por ejemplo, la cobertura de *Pinus sylvestris*. La realización de un estudio previo de componentes principales, o la observación detallada de la matriz de correlación entre las variables puede aconsejar la supresión de variables redundantes.

El cálculo de componentes principales para las regresiones es menos aconsejable, por dificultades de interpretación. Este punto necesita, quizás, un examen experimental.

b) Combinando en una sola variable los factores que se prestan a ello, como por ejemplo, los parámetros *pendiente* y *orientación*, cuya actuación puede considerarse conjunta para muchos efectos (determinación del balance de radiación de la superficie del terreno). La combinación podría hacerse por medio de distintas expresiones con base teórica no demasiado compleja.

4.2. Existen dificultades en la materialización de algunos agentes ecofisiológicos. Por ejemplo, el factor *pendiente*, tal como se ha utilizado aquí, tiene un significado doble:

— Climático local, o contribución de la pendiente a condicionar el balance de radiación (junto con la orientación) e incluso aspectos edafogenéticos (drenaje, erosión, etc.).

— La correspondencia estadística entre tipos geomorfológicos y valores de pendiente, ya que la alternancia de litosuelos con rankers y suelos más profundos sobre coluviones se corresponde con tipos de pendientes característicos.

Consideraciones semejantes podrían hacerse sobre el factor *altitud*. Por otra parte, está claro lo relativamente simple de la materialización del factor *oceanicidad* a que se ha acudido como medida de la distancia en un gradiente NW-SE.

4.3. Los modelos de regresión pueden complicarse a voluntad, aumentando el grado del polinomio empleado. Con ello crece la capacidad de ajuste de los modelos calculados, pero empeoran en su capacidad de abstracción y simplificación. Puede ser de gran interés la observación de pasos sucesivos hacia polinomios de grado creciente, que suponen la adición de nuevos detalles más o menos importantes a la descripción de la respuesta. En las especies estudiadas aquí, la posibilidad de complicación de las superficies cuádricas es normalmente insuficiente. Sería necesaria una mayor capacidad de formación de bóvedas acusadas o «gibas», superficies cerradas, etc., para describir la distribución de algunas especies. Dado que el número de términos del polinomio aumenta enormemente con su grado, y el problema de interpretación se complica, esta consideración refuerza la necesidad de disminuir el número de variables (4.1.).

4.4. Los efectos predictores y descriptivos quedan limitados a la zona de los montes de *Cercedilla* y *Navacerrada*, relativamente reducida en relación con la extensión del Sistema Central.

Agradecimientos

Agradecemos a D. Angel Gil Criado, del Centro de Cálculo Electrónico, del C. S. I. C., y a D. Javier Moro, del Centro de Cálculo del I. N. I. A. su importante ayuda y sugerencias en la experimentación de los modelos de regresión empleados.

RESUMEN

Se estudian 108 parcelas de 8 × 10 m en distintas series sobre los principales tipos fisionómicos de vegetación, según fotografía aérea 1:15.000, de la sierra de Guadarrama. Se exponen los resultados de los táxones *Cistus laurifolius*, *Genista florida*, *Juniperus communis*, *Cytisus scoparius*, *Quercus pyrenaica* y *Cytisus purgans*, representando en cuatro dimensiones las respuestas teóricas (calculadas) para los tres factores físicos retenidos.

SUMMARY

108 plots of 8 × 10 m. are studied in different series over the main physiognomic types of vegetation of the Guadarrama mountains, using 1:15.000 serial pictures. The results for the taxa *Cistus laurifolius*, *Genista florida*, *Juniperus communis*, *Cytisus scoparius*, *Quercus pyrenaica* and *Cytisus purgans* are presented, plotting in four dimensions the theoretical (calculated) response to the three physical factors retained.

BIBLIOGRAFÍA

- Blackman, G. E. & Rutter, A. J. — 1946 — Physiological and ecological studies in the analysis of plant environment. I. The light factor and the distribution of the bluebell in woodland communities — *Ann. Bot. A., Lond., N. S.*, 10: 361-390.
- Costa, M. — 1974 — Estudio fitosociológico de los matorrales de la provincia de Madrid — *Anal. Inst. Bot. Cavanilles*, 31 (1): 225-315.
- Draper, N. R. & Smith, H. — 1966 — Applied regression analysis — New York. Wiley.
- Ellenberg, H. — 1963 — Vegetation Mitteleuropas — En: Einführung in die Phytologie, de H. Walter, Eugen Ulmer. 64 y 65.
- Fisher, R. A. — 1936 — The use of multiple measurements in taxonomic problems — *Ann. Eugen.*, 7: 179-199.
- Hutchinson, G. E. — 1957 — Cold Spring Harb. Symp. Q. Biol., 22: 415-427.
- Margalef, R. — 1974 — Ecología, Barcelona, Omega.
- Rivas-Martínez, S. — 1963 — Estudio de la vegetación y flora de las Sierras de Guadarrama y Gredos — *Anal. Inst. Bot. Cavanilles*, 21 (1): 5-325.
- — 1968 — Los jarales de la Cordillera Central — *Collect. Bot.*, 7 (2): 1033-1082.
- — 1969 — La vegetación de la alta montaña española — V Simp. Flora Eur. Sevilla, 53-80.

- Westman, L. — 1974 — Air Pollution indications and Growth of Spruce and Pine near a sulfite Plant. — *Ambio*, 3 (5): 189-193.
- Yarranton, G. A. — 1969 — Plant ecology: a unifying model. — *J. Ecol.*, 57 (1): 245-250.

Departamento de Ecología
Universidad de Sevilla (España)